



Otimizando a Operação de Transporte Urbano com Modelos Matemáticos de Pesquisa Operacional.

Mauro Ransolin¹; Wan Yu Chih¹

¹ WPLEX Software – Rod. SC 401, 8600 – Corporate Park, bloco 5 sala 101 – Santo Antônio de Lisboa – Florianópolis/SC – 88050-500 - Tel. +55 (48) 3239-2420 - www.wplex.com.br - e-mail mauro@wplex.com.br ; wan@wplex.com.br

RESENHA

A Pesquisa Operacional (PO) é um campo da matemática que visa a alocação otimizada de recursos escassos resolvendo problemas complexos. No transporte coletivo de passageiros, diversos tipos de problemas complexos podem ser resolvidos utilizando-se abordagens de PO. Como exemplo, na Programação Horária é necessário determinar o quadro horário ideal de viagens para atender a demanda de passageiros, procurando utilizar a menor frota possível, além de jornadas de tripulantes que atendam as diversas legislações trabalhistas. No Monitoramento on-line de frotas, a realocação dos recursos deve ser rápida e eficiente, restabelecendo a normalidade da operação quando a programação não pode ser obedecida. No tocante a passageiros, métodos de PO são utilizados no cálculo de roteiros de viagem e na previsão do horário de chegada dos ônibus.

O objetivo do trabalho é apresentar, com base na experiência dos autores, um breve apanhado das diversas abordagens de PO existentes, enfatizando o benefício da sua utilização nos problemas correlatos aos descritos acima, além das oportunidades de ganhos para a operação de sistemas de transporte urbano de passageiros.

PALAVRAS-CHAVE

Pesquisa Operacional, Otimização, Programação Horária, Monitoramento de Frotas, Informação ao Passageiro, Gestão de Frotas, ITS.

INTRODUÇÃO

Passamos por um momento interessante da nossa história, onde vemos o surgimento e adoção de diversas tecnologias, que visam trazer uma maior inteligência para os sistemas de transporte. Essas tecnologias, denominadas de *ITS - Intelligent Transportation Systems*, trazem consigo novos sistemas de informação, ou *softwares*, que ampliam sobremaneira o domínio sobre os principais processos da Gestão Operacional de Transporte Urbano. Todavia sejam muitos os sistemas de informação disponíveis, alguns deles diferenciam-se por utilizar modelos matemáticos, construídos através de procedimentos de PO, que os tornam sistemas de informação no estado da arte.

Neste trabalho será apresentado, com base na experiência dos autores, um panorama das abordagens de PO utilizadas na operação de transporte urbano, com foco nas etapas da Programação Horária, Monitoramento de Frotas e Informação ao Passageiro. Também será apresentada uma breve introdução da PO, citando seu histórico e os principais métodos de otimização conhecidos. Apresentaremos os problemas relacionados à geração do quadro de viagens, definição das tabelas dos veículos e tripulantes, citaremos as principais técnicas conhecidas para o restabelecimento da normalidade da operação nos casos de indisponibilidade de recursos operacionais e abordaremos os processos relacionados à Informação ao Passageiro, no qual iremos discorrer sobre os problemas de roteirização e previsão horária.

Sobre a Pesquisa Operacional



Existem diversas maneiras de explicar o que é PO. Uma maneira simples de descrevê-la é dizer que:

“A Pesquisa Operacional é uma área da matemática aplicada, cujo objetivo é a resolução de problemas complexos, onde há muitas soluções possíveis.”

Utilizando uma definição mais completa, a Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional - (SOBRAPO, 2011), assim descreve PO:

"A Pesquisa Operacional é uma ciência aplicada voltada para a resolução de problemas reais. Tendo como foco a tomada de decisões, aplica conceitos e métodos de várias áreas científicas na concepção, planejamento ou operação de sistemas. A Pesquisa Operacional é usada para avaliar linhas de ação alternativas e encontrar as soluções que melhor servem aos objetivos dos indivíduos ou organizações."

Otimização matemática

A PO faz uso de diversas abordagens para resolver estes problemas complexos. Dentre essas abordagens, as mais utilizadas são:

Métodos Exatos: Aproximação Interna e Externa; Métodos de Corte; *Branch and Bound*; Otimização de Intervalos; entre outros.

Métodos Heurísticos: Busca Local, entre outros;

Meta-Heurísticas: Algoritmos Genéticos; Otimização de Colônia de Formigas; Busca Tabu; *Simulated Annealing*; entre outros;

Métodos Estocásticos: Método de Monte-Carlo; *Stochastic Tunneling*; Métodos de Continuação; entre outros.

A utilização de cada uma destas abordagens está diretamente relacionada ao problema a ser tratado. Como exemplo, o problema de programação veicular, ou *Vehicle Schedule Problem (VSP)* é tradicionalmente abordado através de métodos determinísticos, de fluxo em rede, através de variantes do método Simplex. Todavia essa seja uma utilização clássica, é comum encontrarmos a combinação de abordagens para a resolução de um determinado problema.

Um breve histórico

O uso empírico de métodos de PO é mais antigo que se imagina. Pode-se dizer que jogos de tabuleiro, como o xadrez e damas são jogos com estratégias baseadas em técnicas de PO. Todavia o uso empírico da PO seja secular, o termo propriamente dito foi criado durante a Segunda Guerra Mundial, na qual a Inglaterra reuniu um grupo de cientistas, com o objetivo de resolver problemas de natureza logística e de estratégia militar. Finalizado esse período a PO popularizou-se, sendo largamente utilizada nos dias de hoje.

Nos tempos atuais são diversas as áreas do conhecimento que se beneficiam da PO. Dentre os problemas que são tratados através dela, podemos citar: análise de caminho crítico de projetos, desenho de plantas de fábricas, problemas de otimização de rede de comunicação, problemas de alocação de recursos, problemas de roteamento, de gerenciamento de cadeia de suprimentos (SCM), de logística de transportes, de tráfego de dados em rede, da determinação de preços ótimos, jogo de empresas, dentre vários outros.

Na área de logística de transportes, mais especificamente em transporte urbano de passageiros, a PO pode ser empregada em várias etapas da Gestão Operacional de Transporte Urbano, conforme ilustra a

Tabela 1: Fases da Gestão Operacional de Transporte Urbano.

Fase	<i>Planejamento</i>	<i>Programação</i>	<i>Execução</i>	<i>Informação</i>
Horizonte	Médio e longo prazo	Curto prazo	Dia de operação	Diariamente
Objetivo	Determinar níveis de serviço	Otimizar recursos	Fazer acontecer	Atrair e fidelizar clientes
Etapas	Rede de linhas Itinerários Frequências Tarifas	Quadro horário Programação da frota Programação de tripulação Escala mensal	Alocação de frota Alocação de tripulação Monitoramento Restabelecimento da normalidade	Levantamento pontos de parada Definição da estratégia de marketing Escolha dos serviços

Tabela 1: Fases da Gestão Operacional de Transporte Urbano

DIAGNÓSTICO, PROPOSIÇÕES E RESULTADOS

Programação Horária

O processo de Programação Horária tem por objetivo determinar o quadro ideal de viagens, que atenda a demanda de passageiros, com a menor utilização de recursos operacionais possível, tornando a operação rentável, ao mesmo tempo em que atende os níveis de serviço pré-determinados, como frequências horárias e índices máximos de lotação. São conhecidas na literatura diversas abordagens para resolver este problema, sejam sequenciais ou integradas.

Tradicionalmente o problema da Programação Horária é dividido em subproblemas da seguinte forma:

- Geração do quadro de viagens a partir da demanda de passageiros;
- Definição das tabelas dos veículos de acordo com o quadro de viagens;
- Definição de tabelas de tripulantes, pela alocação às tabelas de veículos;
- Determinação das escalas mensais dos tripulantes, de acordo com as tabelas diárias.

Embora problema de Programação Horária seja decomposto nestes subproblemas, algumas abordagens integradas são conhecidas, mais especificamente:

- Determinação das frequências mínimas e quadro horário;

- Definição do quadro horário e tabelas de veículos;
- Definição das tabelas horárias de veículos e tripulantes.

Geração do quadro de viagens

A geração do quadro horário de viagens, também conhecida por *Trip Timetabling (TT)*, trata da determinação da carta horária através da análise da demanda de passageiros. Nesta geração pode ser considerada a demanda de um grupo de linhas ou apenas de uma linha. Viagens ociosas ou reposicionamentos do veículo podem ser considerados, nos casos de demanda excessiva em um dos sentidos de uma linha, visto que geralmente seus tempos de viagem são inferiores ao de uma viagem produtiva. Outra consideração importante diz respeito a sincronizações entre viagens, que visam minimizar o tempo de espera pelo passageiro nos casos de transbordo. Em qualquer dos casos, deve-se levar em consideração o passo seguinte, da determinação da programação veicular, de forma que o quadro horário determinado acarrete na menor frota possível, seja pela concatenação de viagens no sentido ida/volta, seja pela criação de reposicionamentos do veículo.

Outro aspecto a ser observado diz respeito a frequência de viagens, ou *headway*. Como existem demandas diferentes de passageiros para cada uma das faixas horárias de um dia, é necessário que o algoritmo efetue uma suavização dos *headways* nas transições das faixas horárias, minimizando a criação de buracos e comboios de viagens. O *Gráfico 1 – Headways por Faixa Horária* apresenta a situação de um itinerário onde não foi considerada a suavização dos *headways*. Já no *Gráfico 2 – Headways Suavizados por Faixa Horária*, as frequências permanecem as mesmas antes estipuladas, todavia com uma melhor distribuição dos intervalos de início de viagem.

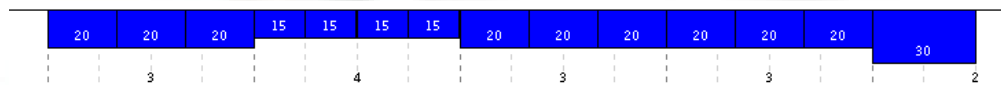


Gráfico 1 – Headways por Faixa Horária

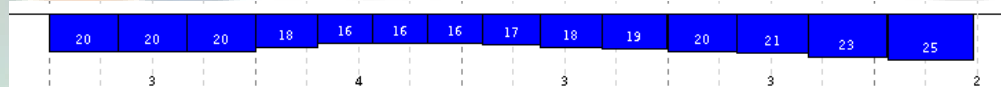


Gráfico 2 – Headways Suavizados por Faixa Horária

O problema de geração do quadro horário é abordado pela WPLEX através de uma heurística dedicada. No trabalho publicado por (Fournier), essa heurística utiliza um método de programação inteira para calcular a quantidade inicial de viagens com base na demanda de passageiros, seguido de um método guloso, que a partir do quadro horário inicial determina novas faixas horárias, utilizadas para suavizar os *headways* e determinar o quadro final de viagens. Durante esse processo o algoritmo também concatena idas e voltas, de forma a auxiliar o passo seguinte, da determinação das tabelas de veículos.

Definição das tabelas dos veículos

O próximo passo da Programação Horária é definir a frota necessária para operar o quadro de viagens determinado, resultando no conjunto de tabelas veiculares. Esse problema também é conhecido com *Vehicle Scheduling Problem (VSP)*. Neste problema, diversas restrições devem ser observadas, como exemplo, se um veículo pode operar em mais de uma linha, ou ainda num subconjunto definido de linhas. Também deve ser observado se reposicionamentos ociosos do veículo são desejáveis, mesmo com aumento de custo de rodagem, mas com redução da frota necessária à operação. Neste mesmo processo é preciso observar tempos mínimos de parada nos pontos terminais, utilizados para regular eventuais atrasos das viagens e tempos máximos de parada, que quando excedidos indicam a necessidade de desocupação da baía de um terminal. Estes tempos mínimos e máximos podem variar de acordo com a linha e a plataforma utilizada pelo ônibus, que conjuntamente com as demais restrições, formam um universo combinatório de parâmetros, pelos quais se obtém resultados distintos



de frota operacional. É necessário que o algoritmo produza resultados com rapidez, permitindo a simulação de diversos cenários e a escolha da melhor alternativa à realidade da operação. O problema *VSP* é tradicionalmente abordado como sendo um problema de fluxo em rede artificial, resolvido através de algoritmos de programação linear.

Outro problema que é comumente encontrado nesta fase, diz respeito à distribuição das tabelas veiculares entre diversas empresas operadoras, no caso de operação em regime de Consórcio de Empresas. O objetivo neste caso é repartir a quilometragem total entre as empresas, de forma a equalizar o custo operacional entre elas.

Definição de tabelas de tripulantes

O problema de geração de tabelas de tripulantes trata do particionamento das tabelas de veículo em jornadas de tripulantes, de forma a determinar o quadro humano necessário à operação, com suas tabelas de viagem. Assim como *VSP*, este problema é um caso clássico da literatura, conhecido por *Crew Scheduling Problem (CSP)*.

Ao longo dos seus dez anos de existência, a WPLEX deparou-se com diversos tipos de jornada, com peculiaridades distintas entre os diversos municípios brasileiros. Como exemplos, na cidade do Rio de Janeiro, a jornada trabalhista de sete horas de duração tem no máximo duas horas extras e não possui intrajornada. Já em Florianópolis, são permitidos três tipos de jornadas distintas. A primeira com extensão de 06:40hs, com intrajornada entre vinte minutos e uma hora. No segundo tipo de jornada, a extensão é de seis horas, com intervalo fixo de quinze minutos. Já o terceiro tipo de jornada, tem extensão reduzida, mas somente pode ser realizada por um determinado percentual de tripulantes e está restrita a momentos específicos do dia. Essas variações de restrições devem ser consideradas pelo algoritmo, permitindo a criação de jornadas viáveis no mundo real.

Além das restrições de jornadas trabalhistas, outras podem influenciar no resultado almejado pelo algoritmo. Em determinadas culturas empresariais é proibida a utilização de mais de um veículo por um mesmo tripulante. Também pode ocorrer a restrição de troca de linhas, ou determinação de subconjunto de linhas nas quais um tripulante está autorizado a operar. Este problema é resolvido pela WPLEX através de uma abordagem onde o conjunto de tabelas de motoristas é criado a partir das tabelas de veículos, por uma formulação de *set-partitioning* e um algoritmo *Branch-and-Price*. Essa estratégia é bem conhecida e amplamente discutida na literatura, conforme citado por (Fournier).

Construção integrada de tabelas de veículos e tripulantes

Embora a geração de tabelas de veículo e tripulantes em passos sequenciais produza bons resultados de otimização, existem casos onde uma abordagem integrada apresenta maior eficiência. Esta abordagem é conhecida na literatura como *Vehicle and Crew Scheduling Problem (VCSP)*. (Haase & Desrosiers) citam que a abordagem integrada apresenta melhores resultados nos casos em que é necessário cobrir uma vasta extensão geográfica, e as viagens possuem longo tempo de duração, pois torna necessária a utilização de múltiplas áreas de estocagem, com pontos restritos para a rendição dos tripulantes. As duas principais abordagens conhecidas na literatura para tratar o problema *VCSP* são a utilização de fluxos de redes (Freling & Wagelmans) e a de particionamento de subconjuntos (Haase & Desrosiers).

Embora a construção conjunta de tabelas de veículos e tripulantes traga melhorias à solução final, ela envolve um modelo matemático mais complexo, que exige maior capacidade computacional. Para permitir maior rapidez no processamento, a WPLEX optou por um modelo de pós-processamento de tripulação, baseado em algoritmo de busca local, que permite melhorias nas jornadas de tripulação, através da redistribuição de viagens aos veículos, redistribuições estas que estão sujeitas as restrições apresentadas no problema *VSP*, além daquelas inerentes às jornadas de tripulantes.



Monitoramento de Frotas

O processo de Monitoramento de Frotas, também conhecido por Controle Operacional, tem por objetivo acompanhar diariamente, em tempo real, a execução da Programação Horária, cumprindo da maneira mais fiel possível os indicadores de serviço estipulados, através dos recursos operacionais previstos. Todavia este seja o cenário ideal almejado, diversos são os problemas enfrentados pela operação, que impactam diretamente na obtenção dos resultados programados. Dentre eles, podemos citar atrasos ou cancelamentos de viagens, causados por congestionamentos ou indisponibilidade de veículos ou tripulantes, além de impedimentos em rotas e vários outros problemas. A ocorrência destes imprevistos demanda o replanejamento da operação em tempo de execução, através de procedimentos conhecidos por *Disruption Management*. Dentre os diversos objetivos almejados pelos procedimentos de *Disruption Management* podemos citar:

Regularização de headway

A regularização de headway tem por objetivo determinar novos intervalos entre viagens nos casos de alteração da oferta. Isso ocorre pela adição de veículos a operação, ou mais comumente, nos casos onde não será possível a execução de algumas viagens. Em qualquer dos casos, o produto resultante deste procedimento será um novo conjunto de horários de viagem, que por consequência impactará nas tabelas de veículos e tripulantes em operação, fazendo necessária a geração de novas tabelas, com impacto nas escalas mensais, tornando a resolução do problema mais complexa.

A estratégia de regularização de *headway* se dá pela adição de novas viagens a uma tabela previamente programada, seguida pela utilização de uma heurística que a partir do novo quadro horário efetue a regularização do *headway* e reconstrução das tabelas de veículos e tripulantes.

Utilização de frota reserva

O problema de utilização de frota reserva ocorre quando há necessidade da manutenção de um quadro horário preestabelecido, devido a imposições de nível de serviço. Esta situação ocorre quando um determinado veículo está impossibilitado de executar uma viagem, tornando necessária a utilização de veículo substituto, já que o remanejamento da frota em operação pode implicar na não execução de outra viagem programada. (J-Q., B., & D.) citam que a escolha de um veículo substituto deve levar em consideração diversos fatores, como a hora em que a viagem foi interrompida, a posição dos demais veículos da frota, a capacidade dos potenciais veículos substitutos, e a compatibilidade de itinerário entre as viagens seguintes. O veículo substituto pode ser um veículo em estocagem ou um veículo em operação.

Alterações na demanda

Mudanças no comportamento do passageiro também provocam a necessidade de replanejamento da operação. Um fato inesperado pode causar uma alteração súbita na demanda, exigindo a revisão da frequência de viagens para um conjunto de linhas, acarretando no redimensionamento dos recursos operacionais empregados.

Como exemplo de estudo deste problema, (Cortés) sugere uma formulação de controle preditivo híbrido, baseada em um modelo de otimização evolucionário multiobjetivo. Neste trabalho o objetivo principal é lidar com demandas incertas em determinadas paradas de ônibus. Através de um sistema de suporte, é possível reter um veículo em um ponto de parada ou fazê-lo evitar paradas em determinados pontos, de forma a melhorar a eficiência do sistema de transporte.

Outro problema de alteração de demanda cujo endereçamento é mais simples, diz respeito aos casos onde esta alteração é previsível, como exemplo, eventos programados ou intempéries climáticas. Nestas situações a determinação de um comportamento histórico médio da demanda, obtido através de análises estatísticas, permite a criação prévia de programações horárias, que podem ser interpoladas à programação em operação, sendo adotadas tão logo o evento ou intempérie aconteça.



Aspectos tecnológicos e humanísticos

Mesmo com a utilização de um algoritmo computacional poderoso que reduza o impacto gerado pelos imprevistos, existe um desafio ainda maior à operação, que é o da comunicação e operacionalização da reprogramação. O aumento do poder computacional e a utilização de modernos sistemas de informação aliados a métodos de PO são apenas instrumentos para obtenção de resultados mais eficientes. Para alcançarem o sucesso, estas soluções demandam além dos recursos tecnológicos, gestão centrada em processos e pessoal capacitado.

Informação ao Passageiro

Plano de viagem

O objetivo do algoritmo do plano de viagem é determinar o conjunto ideal de viagens para a movimentação de um passageiro utilizando o transporte público. O plano ideal de viagem é classicamente definido como sendo aquele que envolve o menor tempo de viagem, ou o menor custo, ou ainda a menor quantidade de transbordos. Desta forma, o plano de viagem é classificado como um problema clássico de roteirização, onde se busca o caminho mais curto entre dois pontos através de uma rede, de acordo com o critério estabelecido. Um algoritmo muito utilizado para resolver este problema é o Dijkstra. Existem algoritmos que realizam esta roteirização utilizando abordagens multicritério, no qual o passageiro pode realizar um deslocamento com o menor tempo, mesmo com um número pré-definido de transbordos. Outro incremento possível no algoritmo de roteirização diz respeito à consideração da tabela horária de viagens. Isso evita que o sistema indique um determinado conjunto de viagens a serem realizadas em um período do dia que não haja a disponibilidade do serviço. A integração com sistemas de Monitoramento em tempo real, que utilizam algoritmos de previsão horária, confere ao plano de viagem uma maior precisão sobre informação apresentada.

Previsão horária

Outra aplicação possível da PO no horizonte da Informação ao Passageiro é a previsão horária de passagem de ônibus em determinado ponto, também conhecida por *ETA – Estimated Time of Arrival*. O grande desafio deste algoritmo está na precisão do horário informado. Diversos fatores afetam a precisão da previsão horária, tornando necessária a adoção de abordagens de cálculo mais complexas. Da mesma forma que os problemas anteriormente apresentados, diversas são as estratégias existentes para o cálculo da previsão horária. Essas estratégias variam desde cálculos simplificados utilizando-se médias estáticas de tempo de trecho por faixa horária, passando por abordagens estatísticas mais elaboradas, como exemplo, aquelas que consideram os tempos de trecho dinamicamente, estimados com base no posicionamento e deslocamento da frota obtidos on-line, conforme utilizado atualmente pela WPLEX (Hancke). Outras estratégias de PO podem envolver a utilização de Filtro de Kalman, Redes Neurais Artificiais e Modelos de Regressão.

CONCLUSÕES

O setor de transporte público brasileiro passa por um momento especial, pela proximidade da Copa do Mundo de futebol. Esse segmento tem ganho notoriedade, sendo considerado um dos alicerces para a construção de uma sociedade sustentável. Os operadores de transporte público beneficiam-se das tecnologias de ITS, que trazem consigo novos modelos de gestão, processos de otimização, racionalização de recursos e conseqüente melhoria dos indicadores de nível de serviços. Diversas destas tecnologias de ITS, que integram as aplicações de Programação Horária, Monitoramento de Frotas e Informação ao Passageiro, conferem aos operadores de transporte público maior domínio sobre suas atividades. Essas tecnologias de ITS, quando munidas de modelos matemáticos baseados em PO ampliam esse domínio, conferindo uma capacidade racionalizada de predição e reação sem precedentes.



Dentre os principais processos de Gestão Operacional, o de Programação Horária é o que mais tem se beneficiado da utilização da PO. Dentro deste processo, diversos são os problemas considerados clássicos na literatura, como *VSP* e *CSP*, com várias implementações em softwares comerciais disponíveis. O mesmo não se pode afirmar em relação aos procedimentos relacionados à *Disruption Management*, ligados a ferramentas de Monitoramento de Frotas em tempo real. Nesta área, a quantidade de estudos ainda é discreta, seja pela complexidade dos problemas a serem abordados, seja pelo descompasso entre tecnologia e fatores humanos. Já os procedimentos relacionados à Informação ao Passageiro, tomarão cada vez mais benefícios da PO, na medida em que sua integração com os sistemas de Monitoramento de Frotas forem amadurecendo. É sabido que os sistemas de ITS vieram para ficar e não temos dúvidas que cada vez mais farão uso de métodos de PO, contribuindo para criar um novo paradigma para a construção de uma sociedade próspera e sustentável.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Chih, W. Y. (2009). Sistemas Inteligentes de Informação ao Passageiro. *17º Congresso Brasileiro de Transporte e Trânsito ANTP*. Disponível em: <<http://its.wplex.com.br/informacao/sistemas-inteligentes-de-informacao-ao-passageiro>>.

Chih, W. Y., & Engleitner, F. L. (2007). Controle Operacional para Transporte Urbano. *16º Congresso Brasileiro de Transporte e Trânsito ANTP*. Disponível em: <<http://its.wplex.com.br/Monitoramento/Monitoramento-de-frotas-on-line-para-transporteurbano>>.

Chih, W., & Ransolin, M. (2007). Programação Inteligente para o Transporte Urbano. *16º Congresso Brasileiro de Transporte e Trânsito ANTP*. Disponível em: <<http://its.wplex.com.br/programacao/programacao-inteligente-para-transporte-urbano>>.

Cortés, C. e. (s.d.). Hybrid Predictive Control for Real-Time Optimization of Public Transport Systems' Operations Based on Evolutionary Multi-Objective Optimization. *Transport. Res. Part C (2009)*, doi:10.1016/j.trc.2009.05.016 .

Fouriner, S. (s.d.). Dedicated Heuristic for a Back-and-Forth Single Line Bus Trip Timetable Problem. *SBPO 2010 Anais. Bento Gonçalves (RS, Brazil)* , pp. Disponível em: <<http://its.wplex.com.br/programacao/dedicated-heuristic-for-a-back-and-forth-single-line-bus-trip-timetabling-problem>>.

Hanke, R., & Fournier, S. (2011). Sistemas de previsão de chegada de ônibus: medindo e melhorando a confiabilidade. Artigo aceito no *18º Congresso Brasileiro de Transporte e Trânsito ANTP*.

Fournier, S. (s.d.). Branch-and-price algorithm for a real-life bus crew scheduling problem. In L. Buriol, M. Ritt and A. Benavides, eds., *ERPOSul 2009 Anais. Porto Alegre (RS, Brazil)* . , Disponível em: <<http://its.wplex.com.br/programacao/branch-and-price-algorithm-for-a-real-life-bus-crew-scheduling-problem>>.

Freling, R., & Wagelmans, A. P. (s.d.). An Overview of Models and Techniques for Integrated Vehicle and Crew Scheduling. *Computer-Aided Transit Scheduling, Lectures Notes in Economics and Mathematical Systems - 471 Springer, Berlin* , 441-460.

Haase, K., & Desrosiers, J. (s.d.). Simultaneous Vehicle and Crew Scheduling in Urban Mass Transit Systems. *Transportation Science* , 286-303.

J-Q., L., B., M. P., & D., B. (October 2007). The Vehicle Rescheduling Problem: Model and Algorithms. *Volume 50 Issue 3* .

SOBRAPO. (11 de 08 de 2011). Acesso em 11 de 08 de 2011, disponível em SOBRAPO:



18º CONGRESSO BRASILEIRO
DE TRANSPORTE E TRÂNSITO
VII INTRANS EXPOSIÇÃO INTERNACIONAL
DE TRANSPORTE E TRÂNSITO
RIO DE JANEIRO • 18 A 21 DE OUTUBRO DE 2011

www.sobrapo.com.br

